

СОДЕРЖАНИЕ И ПОСТРОЕНИЕ НАЧАЛЬНОГО КУРСА МАТЕМАТИКИ

Начальный курс математики, изучаемый в I – IV классах общеобразовательной школы, является органической частью школьного курса математики и основой для продолжения обучения в V-XI классах. В соответствии с этим начальный курс математики включает арифметику целых неотрицательных чисел и основных величин, элементы алгебры и геометрии.

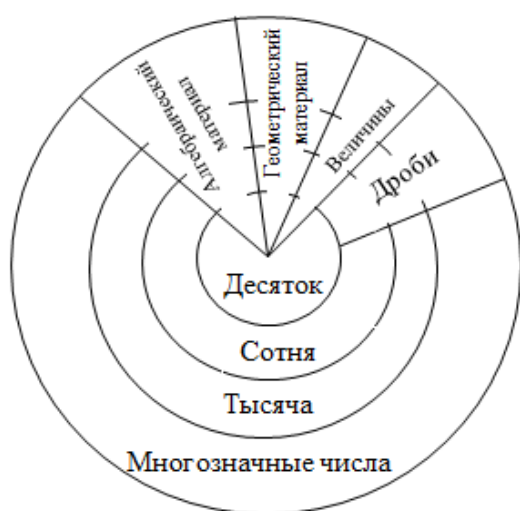
Начальный курс математики имеет свои особенности построения.

Арифметический материал составляет главное содержание курса. Основой начального курса является арифметика натуральных чисел и основных величин. Кроме того, в него входят элементы геометрии и алгебраической пропедевтики, которые по возможности включаются в систему арифметических знаний, способствуя более высокому уровню усвоения понятий о числе, арифметических действиях и математических отношениях, т.е. элементы алгебры и геометрии не составляют особых разделов курса математики, а органически связываются с арифметическим материалом. Такая связь дает возможность, с одной стороны, раньше приобщить детей к идеям алгебры и геометрии и с другой – достичь более высокого уровня усвоения младшими школьниками арифметических знаний.

Арифметический материал вводится **концентрически**. Сначала изучается нумерация чисел первого десятка, которые не подлежат десятичному расчленению, вводятся цифры для записи этих чисел, изучаются действия сложения и вычитания. Затем рассматривается нумерация чисел в пределах 100, раскрывается понятие разряда, позиционный принцип записи чисел, которые подлежат десятичному расчленению, изучается сложение и вычитание двузначных чисел, вводятся два новых арифметических действия: умножение и деление. После этого изучается нумерация чисел в пределах 1000. Здесь рассматриваются три разряда (единицы, десятки, сотни), составляющие основу нумерации многозначных чисел, обобщаются знания об арифметических действиях, вводятся приемы письменного сложения и вычитания. Наконец, изучается нумерация многозначных чисел, рассматривается понятие класса, обобщается

знание принципа поместного значения цифр, изучаются приемы письменных вычислений. Таким образом, в курсе выделены четыре центра: **десяток, сотня, тысяча, многозначные числа.** Одновременно и в тесной связи с рассмотрением нумерации и арифметических действий изучаются другие вопросы: величины, дроби, алгебраический и геометрический материал.

Выделение именно таких центров объясняется особенностями десятичной системы счисления и вычислительными приемами: в каждом центре раскрываются новые вопросы, связанные с системой счисления и арифметическими действиями.



Следует заметить, концентрическое расположение материала соответствует возможностям младших школьников: обучение математике на начинается с небольшой области чисел, доступной детям и известной им до школы; эта область чисел постепенно расширяется, и постепенно вводятся новые понятия; при таком построении курса обеспечивается систематическое повторение и вместе с тем углубление изученного, так как полученные ранее знания, умения и навыки находят применение в новой области чисел. Все это способствует лучшему усвоению курса.

Вопросы теории и вопросы практического характера органически связываются между собой. Многие вопросы теории вводятся индуктивно, а на их основе раскрываются вопросы практического характера. Например, распределительное свойство умножения вводится на основе обобщения частных фактов, после этого, используя это свойство, раскрывается прием умножения двузначного числа на однозначное.

При такой взаимосвязи хорошо усваиваются теоретические вопросы и формируются осознанные практические умения.

$$12 \cdot 3 = (10+2) \cdot 3 = 10 \cdot 3 + 2 \cdot 3 = 36$$

Математические понятия, свойства, закономерности раскрываются в курсе в их взаимосвязи. Это не только связь между арифметическим, алгебраическим и геометрическим материалом, но и так называемые внутренние связи между различными понятиями курса, свойствами, закономерностями. Так, при изучении арифметических действий раскрываются их свойства, связи и зависимости между их компонентами и результатами.

Это дает возможность глубже раскрыть понятие арифметических действий, обогатить детей функциональными представлениями. Такое построение обеспечивает более глубокое усвоение курса, так как обучающиеся будут овладевать не только отдельными вопросами курса, но одновременно и связями между ними.

Курс математики строится так, что в процессе его изучения каждое понятие получает свое развитие. Например, при изучении арифметических действий сначала раскрывается их конкретный смысл, затем свойства действий, связи и зависимости между компонентами и результатами действий, а также между самими действиями. Такой подход к введению понятий соответствует возрастным возможностям младших школьников, обеспечивает доступность овладения математическим материалом.

Опыт показал, что целесообразно рассматривать в сравнении сходные или связанные между собой вопросы. В этом случае сразу же можно выделить существенное сходное и различное, а это предотвратит ошибки, которые допускают обучающиеся, смешивая сходные вопросы. В связи с этим программа предусматривает сближение во времени изучения некоторых вопросов курса, например, действия сложения и вычитания вводятся одновременно, а также введение новых вопросов в сравнении со сходными, ранее изученными.

Арифметический материал включает нумерацию целых неотрицательных чисел и арифметические действия над ними, сведения о величинах, их измерении и действиях над ними, понятие о дробях.

Изучение этого материала должно привести обучающихся к усвоению системы математических понятий, а также к овладению прочными и осознанными умениями и навыками.

Одним из центральных понятий начального курса является **понятие натурального числа**. Оно трактуется как количественная характеристика класса эквивалентных множеств.

Раскрывается это понятие на конкретной основе в результате практического оперирования множествами и величинами (длина отрезка, масса, площадь и др.). Формирование понятия натурального числа происходит не только в процессе счета предметов, но и в процессе измерения величин, которое обогащает содержание этого понятия, позволяет с самого начала связать обучение с практической деятельностью детей, опереться на имеющиеся у них числовые представления. Этим объясняется знакомство с отрезком, единицами длины и измерением отрезков, начиная с изучения нумерации чисел первого десятка. При изучении нумерации натуральное число получает дальнейшее развитие: оно выступает как элемент упорядоченного множества или как член натуральной последовательности. В связи с рассмотрением свойств натуральной последовательности раскрывается количественное и порядковое значение натурального числа. При изучении арифметических действий натуральное число выступает в новом качестве – в качестве объектов, над которыми выполняются арифметические действия.

Число, полученное в результате арифметического действия, может быть выражено через те числа, над которыми выполнялось действие (заменено суммой или произведением чисел – состав чисел из слагаемых или из множителей). Таким образом, в начальном курсе математики раскрываются различные способы образования натурального числа (счет, измерение, выполнение арифметических действий).

Число **ноль** трактуется в начальном курсе как количественная характеристика класса пустых множеств. Включение в начальный курс математики числа и цифры ноль позволяет расширить числовую область и создать надлежащие условия для овладения обучающимися областью целых неотрицательных чисел.

Ноль как число и как цифра вводится в I классе. Сначала ноль рассматривается как цифра, обозначающая на линейке начало отмеривания, затем вводится число ноль при вычитании вида: $2-2$,

3- 3, что соответствует правильному толкованию сущности этого нового числа как количественной характеристики класса пустых множеств. Далее нуль выступает как компонент действий первой ступени: $5+0$, $0+9$, $8-0$, $0+0$, $0-0$, а при изучении действий умножения и деления (II класс) как компонент этих действий: $0\cdot 4$, $3\cdot 0$, $0\cdot 0$, $0:4$. Здесь же рассматривается невозможность деления на нуль. Цифра нуль используется для обозначения отсутствия единиц какого-либо разряда в записи числа (70, 30 000, 204).

Понятие о системе счисления раскрывается при концентрическом построении курса постепенно, в процессе изучения нумерации натуральных чисел и арифметических действий над ними. При этом понятие разряда, класса, разрядной и классной единицы, разрядного числа, как уже указывалось, находит свое развитие от центра к концентру, т. е. постепенно вводятся новые разряды и классы, их название и в связи с этим рассматриваются образования, название, запись и чтение чисел, их десятичный состав.

Арифметические действия занимают центральное место в начальном курсе математики. Это сложный и многогранный процесс. Он включает раскрытие конкретного смысла арифметических действий, свойств действий, связей и зависимостей между компонентами и результатами действий и между самими действиями, а также формирование вычислительных умений и навыков, умений решать арифметические задачи.

Как и другие математические понятия, каждое арифметическое действие раскрывается на конкретной основе в процессе выполнения операций над множествами: сложение — на основе операции объединения множеств, не имеющих общих элементов, вычитание — на основе операции удаления части множества (подмножества), умножение — на основе операции объединения множеств одинаковой численности и деление — на основе операции разбиения множества на ряд равночисленных непересекающихся множеств. Такой подход позволяет опереться на опыт детей и создать наглядную основу формируемого знания.

Одновременно с раскрытием конкретного смысла каждого арифметического действия вводится соответствующая символика (знаки действий) и терминология: название действия, название компонентов и результатов действия. Здесь же начинается работа над понятием математического выражения, сначала

рассматриваются простейшие выражения вида: $7 + 3$, а позднее более сложные вида: $9 - (2 + 3)$.

Начальный курс математики включает ряд свойств арифметических действий. Это переместительное свойство сложения и умножения, свойства прибавления числа к сумме, вычитания числа из суммы, прибавления суммы к числу, вычитания суммы из числа, прибавления суммы к сумме, вычитания суммы из суммы, умножения числа на сумму и суммы на число, деления суммы на число, умножения числа на произведение, деления числа на произведение.

Каждое из названных свойств раскрывается на основе практических операций над множествами или над числами, в результате чего обучающиеся должны прийти к обобщению. Для усвоения свойств в курсе предусматривается система специальных упражнений, но главная сфера применения свойств – это раскрытие на их основе вычислительных приемов.

Например, уже в I классе после изучения переместительного свойства сложения вводится прием перестановки слагаемых для случаев вида: $2 + 6$; случаю $54 - 20$ предшествует рассмотрение разных способов вычитания числа из суммы, на основе чего раскрывается вычислительный прием:

$$54 - 20 = (50 + 4) - 20 = (50 - 20) + 4 = 34.$$

Опираясь на конкретный смысл арифметических действий, их свойства, связи и зависимости между результатами и компонентами действий, а также десятичный состав чисел, раскрываются приемы устных и письменных вычислений. Такой подход к изучению приемов вычислений обеспечивает, с одной стороны, формирование осознанных умений и навыков, так как обучающиеся смогут обосновать любой вычислительный прием, а с другой стороны, при такой системе лучше осваиваются свойства действий и другие вопросы курса.

Одновременно с изучением свойств арифметических действий и соответствующих приемов вычислений раскрываются на основе операций над множествами или над числами связи между компонентами и результатами арифметических действий (например, если из суммы вычесть одно из слагаемых, то получится другое слагаемое), ведутся и наблюдения за результатами арифметических действий в зависимости от изменения одного из компонентов (например, если одно из слагаемых увеличить на

несколько единиц, а другое оставить без изменения, то сумма увеличится на столько же единиц).

В начальном курсе математики предусматривается система упражнений, направленных на выработку у обучающихся вычислительных навыков. Это тренировочные упражнения различного характера: решение отдельных выражений, заполнение таблиц, подстановка числовых значений букв и нахождение значений полученных выражений и т. п.

В формировании навыков предусматривается разная степень их автоматизации: навыки сложения и умножения табличных случаев и обратные по отношению к ним случаи вычитания и деления должны быть доведены до полного автоматизма (так, учащиеся должны быстро и правильно воспроизводить, что $3 + 8 = 11$, $7 \cdot 6 = 42$, $12 - 5 = 7$, $56 : 8 = 7$. Автоматизируется и выполнение отдельных операций; например, при сложении чисел 17 и 6 быстро выполняются операции: $7 + 6 = 13$, $10 + 13 = 23$ или $6 = 3 + 3$, $17 + 3 = 20$, $20 + 3 = 25$.

Все названные вопросы, относящиеся к арифметическим действиям, рассматриваются в тесной взаимосвязи друг с другом.

В связи с изучением арифметического материала вводятся элементы алгебры: на конкретной основе раскрываются понятия равенства, неравенства, уравнения, переменной.

Начиная с I класса, рассматриваются числовые равенства и неравенства $3 = 3$, $6 = 2 + 4$; $3 > 7$; $9 < 3$

Их изучение непосредственно связывается с изучением арифметического материала и помогает более глубоко раскрыть его.

Здесь же рассматриваются уравнения сначала вида: $* + 4 = 9$, $8 - = 2$ и т.д. Решение уравнений выполняется на основе связи между компонентами и результатами арифметических действий, а также способом подбора. Во III классе вводится буква как символ для обозначения переменной. В связи с этим рассматриваются выражения с переменной ($a + b$, $20 - c$ и др.) и неравенства с переменной ($6 < c$).

Геометрический материал служит главным образом целям ознакомления с простейшими геометрическими фигурами и развитию пространственных представлений школьников. Поэтому в начальный курс математики, начиная с I класса, включены геометрические фигуры: прямые, кривые и ломаные линии, точка,

отрезок прямой, многоугольники (треугольник, четырехугольник и др.) и их элементы (вершины, стороны, углы), прямой угол, прямоугольник (квадрат), окружность, круг, центр и радиус круга. Обучающиеся должны научиться различать эти фигуры, называть их и выполнять простейшие построения на клетчатой бумаге. Кроме того, они должны овладеть умением находить длину отрезка (I класс), длину ломаной и периметр многоугольника (II класс), площадь геометрической фигуры (III класс). Курс математики предусматривает разнообразные задачи геометрического характера, направленные на формирование пространственных представлений учащихся. Все вопросы геометрии раскрываются на наглядной основе.

В тесной связи с изучением арифметического, алгебраического и геометрического материала раскрывается понятие величины и измерение величин. Ознакомление с такими величинами, как длина, масса, время, емкость, площадь, с единицами их измерения и с измерением величин выполняется практически и тесно связывается с формированием понятия числа, десятичной системы счисления и арифметических действий, а также с формированием понятия геометрической фигуры. Вследствие такой связи становится возможным вести обучение, опираясь на наглядные образы, связывая обучение с практической деятельностью детей.

Текстовые задачи позволяют раскрыть многие вопросы начального курса математики. Например, с помощью решения задач раскрывается конкретный смысл арифметических действий, свойства действий, связи между компонентами и результатами арифметических действий и др. Формирование каждого нового понятия всегда связывается с решением тех или иных задач, требующих применения или помогающих понять значение, изучаемого понятия. Учащиеся овладевают структурой задач (условие, вопрос, решение, ответ). В процессе решения задач обучающиеся овладевают практическими умениями и навыками, необходимыми им в жизни, знакомятся с полезными фактами, учатся устанавливать и находить зависимости между величинами.