

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ИЗУЧЕНИЯ ПЛОЩАДИ

Изучение величин является основой начального курса математики. Трактовки величин носят неоднозначный характер, многие ученые (И.К. Андронов, В.М. Брадис, А.И. Маркушевич) сходятся во мнении, что **величина – одно из основных математических понятий**, возникших как абстракция от числовых характеристик физических свойств, и является **обобщением конкретных понятий: длины, площади, массы и др.**

Обучающиеся должны получить конкретные представления об этих величинах, познакомиться с единицами измерения овладеть умениями измерять величины, научиться выражать результаты измерения в различных единицах, выполнять арифметические действия над величинами. Упражнения в измерениях развивают пространственные представления, вооружают обучающихся важными практическими навыками, которые широко применяются в жизни. Следовательно, изучение величин – это одно из средств связи обучения с жизнью. (А.В. Тихоненко)

В математике **под величиной** понимают такие свойства предметов, которые **поддаются количественной оценке**. Количественная оценка величины называется **измерением**. Процесс измерения предполагает сравнение данной величины с некоторой мерой, принятой за единицу при измерении величин этого рода. Результатом процесса измерения величины является определенная численное значение, показывающее – сколько раз выбранная мера уложилась в измеряемую величину. (А.К. Калинин)

В начальной школе рассматриваются только такие величины результат измерения, которых выражается целым положительным числом – натуральным. В связи с этим, процесс знакомства ребенка с величинами и их мерами рассматриваются в методике как способ расширения представлений ребенка о роли и возможностях натуральных чисел. (А.К. Калинин)

Величины рассматриваются в тесной связи с изучением натуральных чисел: обучение измерению связывается с обучением счету; новые единицы измерения вводятся вслед за введением соответствующих счетных единиц; арифметические действия выполняются над натуральными числами и над величинами. Известно, что числа возникли из-за потребности счета и измерения, но если для счета достаточно натуральных чисел, то для измерения величин необходимы другие числа. Однако, в качестве результата измерения величин будем рассматривать только натуральные числа.

Знакомство с величинами осуществляется в несколько этапов:

1. Выяснение и уточнение имеющихся у детей представлений о данных величинах.
2. Сравнение однородных величин.

3. Знакомство с новой величиной, единицей измерения, измерительными приборами.

4. Формирование измерительных умений и навыков.

5. Формирование однородных величин, выражение в единицах одного наименования.

6. Знакомство с новыми единицами. Величины в тесной связи с изучением нумерации по центрам, перевод величин в единицы одного из двух наименований.

7. Перевод величин, выраженных в единицах 2-ух наименований.

8. Умножение и деление величины на число.

Площадь - величина, характеризующая геометрические фигуры на плоскости и определяемая числом заполняющих плоскую фигуру единичных квадратов, то есть квадратов со стороной, равной единице длины. Площадь фигуры измеряют с помощью единиц площади (м^2 , дм^2 , см^2 , мм^2).

Понятие о площади фигуры имеет любой человек: мы говорим о площади комнаты, площади земельного участка, о площади поверхности, которую надо покрасить, и так далее. При этом мы понимаем, что если земельные участки одинаковы, то площади их равны; что у большего участка площадь больше; что площадь квартиры складывается из площади комнат и площади других её помещений.

Это обыденное представление о площади используется при её определении в геометрии, где говорят о площади фигуры. Но геометрические фигуры устроены по-разному, и поэтому когда говорят о площади, выделяют особый класс фигур. Например, рассматривают площади многоугольников и других ограниченных выпуклых фигур, или площадь круга, или площадь поверхности тел вращения и так далее.

В начальном курсе математики рассматриваются только площади многоугольников и ограниченных выпуклых плоских фигур. Такая фигура может быть составлена из других. Например, фигура F, составлена из фигур F1, F2, F3. Говоря, что фигура составлена (состоит) из фигур F1, F2, ..., Fn, имеют в виду, что она является их объединением и любые две данные фигуры не имеют общих внутренних точек. *Площадью фигуры* называется неотрицательная величина, определённая для каждой фигуры так, что:

1. равные фигуры имеют равные площади;

2. если фигура составлена из конечного числа фигур, то её площадь равна сумме их площадей. Если сравнить данное определение с определением длины отрезка, то увидим, что площадь характеризуется теми же свойствами, что и длина, но заданы они на разных множествах: длина - на множестве отрезков, а площадь - на множестве плоских фигур. Площадь фигуры F обозначать $S(F)$. Чтобы измерить площадь фигуры, нужно иметь единицу площади. Как правило, за единицу площади принимают площадь квадрата со стороной, равной

единичному отрезку e , то есть отрезку, выбранному в качестве единицы длины. Площадь квадрата со стороной e обозначают e . Например, если длина стороны единичного квадрата m , то его площадь m .

Измерение площади состоит в сравнении площади данной фигуры с площадью единичного квадрата e . Результатом этого сравнения является такое число x , что $S(F)=x e$. Число x называют численным значением площади при выбранной единице площади.

В методике работы над площадью фигуры имеется много общего с работой над длиной отрезка.

Знакомство обучающихся с понятием «площадь фигуры» начинается с уточнения представлений, имеющихся у обучающихся о данной величине. Исходя из своего жизненного опыта, дети легко воспринимают такое свойство объектов, как размер, выражая его в понятиях «больше», «меньше», «равно» между их размерами.

Используя эти представления, можно познакомить детей с понятием «площадь» выбрав для этой цели такие две фигуры, при наложении которых друг на друга одна целиком помещается в другой.

«В этом случае, - говорит учитель, - в математике принято говорить, что площадь одной фигуры больше (меньше) площади другой фигуры». Когда же фигуры при наложении совпадают, то говорят, что их площади равны или совпадают. Этот вывод ученики могут сделать самостоятельно. Но возможен и такой случай, когда одна из фигур не помещается полностью в другой. Например, два прямоугольника, один из которых квадрат. После безуспешных попыток уложить один прямоугольник в другой учитель поворачивает фигуры обратной стороной, и дети видят, что в одной фигуре уложилось 10 одинаковых квадратиков, а в другой 9 таких же квадратиков.

Ученики совместно с учителем делают вывод, что для сравнения площадей, так же как и для сравнения длин можно воспользоваться меркой. Возникает вопрос: какая фигура может быть использована, в качестве мерки для сравнения площадей?

Обучающиеся укладывают в прямоугольники различные мерки и подсчитывают их число в каждом. Необходимо акцентировать внимание детей на том, что для сравнения площадей необходимо пользоваться единой меркой.

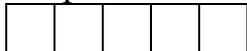
Задания такого вида подводят к осознанию необходимости введения общепринятой единицы площади - 1см^2 (квадрат со стороной 1см). Модель 1см^2 вырезается из плотной бумаги. С помощью этой модели измеряются площади различных фигур. В этом случае обучающиеся сами придут к выводу, что измерить площадь фигуры, значит узнать, сколько квадратных сантиметров она содержит.

Уже на этом этапе необходимо подбирать к уроку такие задания, выполняя которые обучающиеся обнаруживают существенное различие между сантиметром и квадратным сантиметром: сантиметр – единица измерения длины, квадратный сантиметр – единица измерения площади; отличие между длиной отрезка и площадью фигуры: длина отрезка – количество единичных отрезков, которое укладывается по длине данного отрезка, площадь фигуры – количество единичных квадратов, содержащихся в данной фигуре.

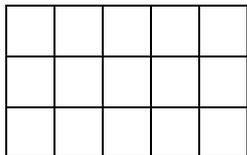
Измеряя площадь фигуры с помощью модели, школьники убеждаются в том, что укладывать 1см^2 в фигуре неудобно и занимает много времени. Гораздо удобнее использовать прозрачную пластину, на которую нанесена сетка из квадратных сантиметров. Она называется **палеткой**. Учитель знакомит с правилами пользования палеткой. Она накладывается на произвольную фигуру. Подсчитывается число полных квадратных сантиметров (пусть оно равно a). Затем подсчитывается число неполных квадратных сантиметров (пусть оно равно b) делится на 2 - $a+b:2$. Площадь фигуры приблизительно равна $(a+b:2)\text{см}^2$. Наложив палетку на прямоугольник дети легко находят его площадь.

Последовательность формирования навыка вычисления площади прямоугольника состоит в следующем.

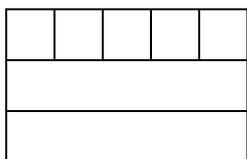
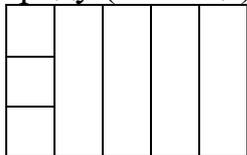
1. Определение площади прямоугольника, длина одной стороны которого равна 1 см. Площадь находят путем подсчета квадратных сантиметров.



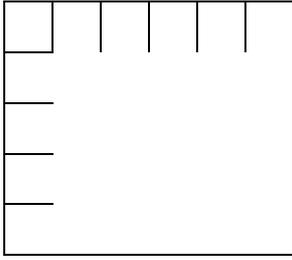
2. Рассматриваются прямоугольники, которые уже разделены на квадратные сантиметры. Подсчитывается число квадратных сантиметров.



3. Прямоугольники разбиваются на ряды или столбцы шириной в 1 см. Площадь прямоугольника находят путем подсчета квадратных сантиметров в одном ряду (столбце) и умножения полученного числа на число столбцов (рядов).



4. Построение прямоугольника по заданным длинам сторон и определение его площади с помощью нанесения делений на стороны прямоугольника.



Подсчитывают число квадратных сантиметров в одном ряду потом считают число рядов и перемножают полученные числа: $a \cdot b$ (см²). Измеряя линейкой длину и ширину прямоугольника, обучающиеся замечают или учитель обращает их внимание на то, что число квадратов, которые укладываются по длине, равно численному значению длины прямоугольника, а число строк совпадает с числовым значением ширины. Обучающиеся рассуждают так: «Длина прямоугольника 6 см, вдоль стороны можно уложить 6 см², ширина – 5 см, вдоль ширины можно уложить 5 см². Значит, всего уложится $6 \cdot 5 = 30$ см².

После того, как обучающиеся убедятся в этом экспериментально на нескольких прямоугольниках, учитель может познакомить их с правилом вычисления площади прямоугольника: чтобы вычислить площадь прямоугольника, нужно знать его длину и ширину и перемножить эти числа. Впоследствии правило формулируется более кратко: площадь прямоугольника равна его длине умноженной на ширину. При этом длина и ширина должны быть выражены в единицах одного наименования.

В тоже время обучающиеся приступают к сопоставлению площади и периметра многоугольников с тем, чтобы дети не смешивали эти понятия, а в дальнейшем чётко различали способы нахождения площади и периметра многоугольников. Выполняя практические упражнения с геометрическими фигурами, дети подсчитывают число квадратных сантиметров и тут же вычисляют периметр многоугольника в сантиметрах.

Наряду с решением задач на нахождение площади прямоугольника по данным длине и ширине, решают обратные задачи на нахождение одной из сторон, по данным площади и другой стороне.

Площадь - это произведение чисел, полученных при измерении длины и ширины прямоугольника, значит, нахождение одной из сторон прямоугольника сводится к нахождению неизвестного множителя по известным произведению и множителю. Например, площадь садового участка 100м², длина участка 25м. Какова его ширина? ($100:25=4$)

Кроме простых задач, решаются и составные задачи, в которых наряду с площадью включается и периметр. Например: «Огород имеет форму квадрата, периметр которого 320 м. Чему равна площадь огорода?

- 1) $320:4=80$ (м)- длина огорода; 2) $80 \cdot 80=1600$ (м²)- площадь огорода.

Устанавливается отношение между квадратным дециметром и квадратным сантиметром. Обучающиеся сами вычисляют площадь квадрата со стороной 1 дм в квадратных сантиметрах. Модель квадратного дециметра следует разделить на квадратные сантиметры. Путем подсчета их количества (или $10\text{см} \cdot 10\text{см} = 100\text{см}^2$ или $10\text{см}^2 \cdot 10 = 100\text{см}^2$) обучающиеся выводят соотношение и записывают: $1\text{дм}^2 = 100\text{см}^2$. Затем дети учатся заменять мелкие единицы крупными и наоборот. Решаются задачи на вычисление, площади прямоугольников (квадратов) и фигур, составленных из прямоугольников, стороны которых заданы в дециметрах, либо в дециметрах и сантиметрах.

На следующем этапе аналогично рассматривается, квадратный метр. Квадратный метр – это квадрат со стороной 1 метр. Обращается особое внимание на решение практических задач: измерение и вычисление площади пола в классе, коридоре, комнате, сравнение площадей помещений, имеющих одинаковую, положим, ширину и различную длину. При введении понятия «квадратный метр» следует иметь модель квадратного метра и визуально сравнить ее с моделями квадратного дециметра и квадратного сантиметра. Для определения соотношения единиц измерения площади необходимо модели разделить на меньшие единицы. Далее работа аналогичная:

$$1\text{м}^2 = 10\text{дм} \cdot 10\text{дм} = 100\text{дм}^2 \text{ или } 1\text{м}^2 = 10\text{дм}^2 \cdot 10 = 100\text{дм}^2$$

$$1\text{м}^2 = 100\text{см} \cdot 100\text{см} = 10000\text{см}^2 \text{ или } 1\text{м}^2 = 100\text{см}^2 \cdot 100 = 10000\text{см}^2$$

Наиболее трудными для восприятия являются единицы измерения площади – ар и гектар. Следует показать обучающимся, что измерения площади земельных участков используют более крупные единицы. Формирование представлений о них должно носить наглядный характер. Для этой цели следует провести экскурсию на местность. Для выполнения разметки необходимо подготовить несколько кольев, рулетку (10 м), веревку. Совместно оградить участок, равный 1 ару. Ар – это квадрат со стороной 10 м. Далее определяют соотношение: $1\text{а} = 10\text{м} \cdot 10\text{м} = 100\text{м}^2$.

При таком подходе к изучению площади и единиц измерения площади у младших школьников получают сначала конкретные представления об этих мерах, затем они используют их в вычислениях.