

## ВЫЧИТАНИЕ ЦЕЛЫХ НЕОТРИЦАТЕЛЬНЫХ ЧИСЕЛ

При аксиоматическом построении теории целых неотрицательных чисел вычитание определяется как операция, обратная сложению.

**Разностью целых неотрицательных чисел  $a$  и  $b$  называется такое натуральное число  $c$ , что  $a = c + b$ . Это число обозначают  $a - b$ . Число  $a$  называют уменьшаемым,  $b$  – вычитаемым.**

Разность целых неотрицательных чисел  $a$  и  $b$  существует, если  $b \leq a$  и она единственна.

Будем считать, что  $0 - 0 = 0$  и  $a - a = 0$ .

**Теорема.** Если разность целых неотрицательных чисел существует, если  $b \leq a$ .

*Доказательство.* Пусть  $a = b$ . Тогда  $a - b = 0$ , и следовательно, разность существует. Если  $b < a$ , то по определению отношения «меньше» существует натуральное число  $c$  такое, что  $a = b + c$ . Тогда по определению разности  $c = a - b$ , т.е. разность существует и  $b + c = a$ . Если  $c = 0$ , то  $a = b$ ; если  $c > 0$ , то  $b < a$  по определению отношения «меньше». Итак,  $b \leq a$ .

**Теорема.** Если разность натуральных чисел  $a$  и  $b$  существует, то она единственна.

*Доказательство.* Предположим, что существует два различных значения разности чисел  $a$  и  $b$ :  $a - b = c^1$  и  $a - b = c^2$ . Тогда, по определению разности, имеем:  $a = b + c^1$  и  $a = b + c^2$ . Отсюда следует, что  $b + c^1 = b + c^2$  и значит  $c^1 = c^2$ . Мы пришли к противоречию с нашим предположением. Следовательно, значение разности чисел  $a$  и  $b$  единственно.

Разностью целых неотрицательных чисел  $a$  и  $b$  называется число элементов в дополнении мн.  $B$  до мн.  $A$  при условии, что  $a=n(A)$ ,  $b=n(B)$ ,  $B \subset A$ . Символически это определение можно записать так:  $a-b=n(A \setminus B)$ , где  $a=n(A)$ ,  $b=n(B)$ ,  $B \subset A$ .

Пр:  $7-4=3$ . Пусть  $A=\{x, y, z, t, p, r, s\}$ ,  $B=\{x, y, z, t\}$  и  $n(A)=7$ ,  $n(B)=4$ . Разность мн.  $A \setminus B=\{p, r, s\}$ ,  $n(A \setminus B)=3$ . Значит,  $7-4=3$ . Разностью целых неотриц. чисел  $a$  и  $b$  называется такое целое неотриц. число  $c$ , сумма которого и числа  $b$  равна  $a$ , т.е.  $a-b=c \Leftrightarrow a=b+c$ . Число  $a$  называется уменьшаемым,  $b$  - вычитаемым,  $c$  - разностью. Выражение  $a-b$  тоже называют разностью.

**Теорема 1:** разность целых неотриц. чисел  $a$  и  $b$  существует тогда и только тогда, когда  $b \leq a$ .

Доказательно: докажем необходимость и достаточность этого условия. Достаточность - пусть  $b \leq a$ . Если  $b=a$ , то разность  $a-b$  существует и равна 0. Если  $b < a$ , то по определению отношения «меньше» существует натуральное число  $c$  такое, что  $a=b+c$ . Это значит, что разность  $a-b$  существует. Необходимость - если разность  $a-b$  существует, то по определению разности найдётся целое неотриц. число  $c$ , что  $a=b+c$ . Если  $c=0$ , то  $a=b$ . Если  $c \neq 0$ , то  $c$  - натуральное число, и из того, что  $a=b+c$  следует, что  $b < a$ . Таким образом,  $b \leq a$ .

**Теорема 2:** если разность целых неотрицательных чисел существует, то она единственная. Доказательство (методом от противного): предположим, что существуют два различных значения разности  $a-b$ , т.е.  $a-b=c_1$  и  $a-b=c_2$ , причём  $c_1 \neq c_2$ . Тогда по определению разности получим:  $a=b+c_1$  и  $a=b+c_2$ . Отсюда  $b+c_1=b+c_2$ . По св-ву сократимости сложения будем иметь:  $c_1=c_2$ . Это противоречит предположению о том, что  $c_1 \neq c_2$ . Противоречие доказывает истинность теоремы.

После раскрытия связи между суммой и слагаемыми, на основе знания состава чисел, вводится прием вычитания для случаев 6 - □, 7 - □, 8 - □, 9 - □, 10 - □.

**Выполнять** вычисления вида 6 - ≤, 7 - ≤, 8 - ≤, 9 - ≤, 10 - ≤, **применять** знания состава чисел 6, 7, 8, 9, 10 и знания о связи суммы и слагаемых.

Приём основан на знании состава числа и связи сложения и вычитания.

Объясни по рисунку, как можно из 6 вычесть 5; из 7 вычесть 5; ....



$$6 = 5 + 1 \qquad 7 = 5 + \square \qquad 7 = 6 + \square$$

$$6 - 5 = \square \qquad 7 - 5 = \square \qquad 7 - 6 = \square$$

Будем учиться вычитать различные числа из чисел 8 и 9.

8	
7	1
6	2
3	5
4	4

$$8 - 7 = 1$$

$$8 - 6 = \square$$

$$8 - 5 = \square$$

$$8 - 4 = \square$$

9	
8	1
7	2
	6
4	

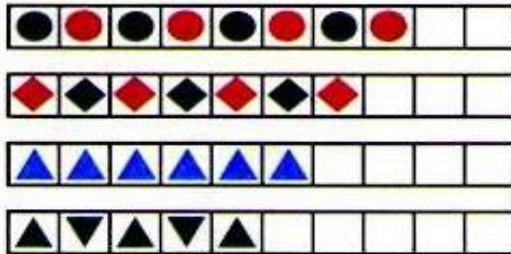
$$9 - 8 = \square$$

$$9 - 7 = \square$$

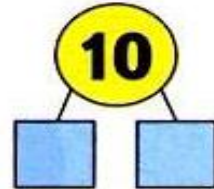
$$9 - 6 = \square$$

$$9 - 5 = \square$$

Будем учиться вычитать различные числа из числа 10.



$$\begin{array}{r} 10 - 8 \\ \hline 10 = 8 + 2 \\ 10 - 8 = 2 \end{array}$$



$$\begin{array}{r} 10 - 7 \\ \hline 10 = 7 + \square \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10 - 6 \\ \hline 10 = 6 + \square \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10 - 5 \\ \hline 10 = 5 + \square \end{array}$$